Escuela de Educación Secundaria Técnica N°1
Juan Bautista Alberdi
Conesa

Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

Mecánica y Mecanismos:

5º Año Electromecánica

Trabajo Práctico N° 7

Luego de leer el apunte resolver el ejercicio al final del apunte.

Escuela de Educación Secundaria Técnica N°1
Juan Bautista Alberdi
Conesa

Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

1. El movimiento circular

1.1 La velocidad en el movimiento circular

1.1.1 La velocidad angular

Figura 1. La esfera 2 recorre mayor distancia que la esfera 1 en el mismo tiempo, lo cual significa que se mueve con mayor rapidez.

Consideremos dos esferas sujetas a una varilla que gira alrededor del punto O (figura 1). En consecuencia las esferas describen circunferencias con centro en dicho punto. Si el radio de la circunferencia que describe la esfera 1 es de 2 m, la distancia recorrida mientras da una vuelta es:

$$s = 2\pi \cdot r$$

$$s = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \text{ m} = 12{,}6 \text{ m}$$

Ahora, si la esfera da una vuelta en 3 segundos, tenemos que la rapidez media es:

$$\textit{Rapidez media} = \frac{\textit{camino recorrido}}{\textit{tiempo empleado}}$$

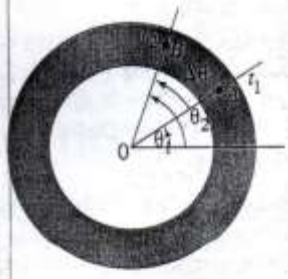
$$\textit{Rapidez media} = \frac{126 \text{ m}}{3 \text{ s}} = 4{,}2 \text{ m/s}$$

El radio de la trayectoria de la esfera 2 es mayor que el radio de la esfera 1. Puesto que la varilla es rígida, mientras esta gira, las dos esferas permanecen una al lado de la otra. La rapidez de la esfera 2 debe ser mayor que la rapidez de la esfera 1. Durante un intervalo de tiempo, la varilla describe determinado ángulo el cual corresponde a lo que se conoce como desplazamiento angular.

Definición

*El desplazamiento angular, $\Delta\theta$, se define como el ángulo determinado por la línea que une el centro de la trayectoria con el objeto. La unidad de medida del desplazamiento angular es el **radián** (rad).*

En la siguiente figura, se ilustra el desplazamiento angular de un objeto que se mueve desde del punto A al punto B.



Se puede observar que el objeto en el instante t_1 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_1 y en un instante posterior t_2 ocupa la posición determinada por el ángulo θ_2. La velocidad angular media, ω, que describe el movimiento del objeto, es el cociente entre el ángulo de barrido $\Delta\theta$ y el tiempo empleado Δt. Es decir,

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

En el SI, la velocidad angular se mide en radianes por segundo (rad/s).

Escuela de Educación Secundaria Técnica N°1
Juan Bautista Alberdi
Conesa

Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

Para el ejemplo de la introducción, se puede decir que las esferas no se mueven con la misma rapidez; sin embargo, la velocidad angular para las dos es la misma, puesto que, en el mismo intervalo de tiempo, los ángulos barridos por las dos son iguales.

La expresión para la velocidad angular media es análoga a la definición de velocidad media definida en la unidad 2. Sabemos que cuando el intervalo de tiempo se hace muy pequeño, la velocidad media se aproxima a la velocidad instantánea. Así mismo, cuando el intervalo de tiempo para un objeto que describe un movimiento circular se hace muy pequeño, la velocidad angular media se aproxima al valor de la velocidad angular instantánea.

EJEMPLO

La distancia media de la Tierra al Sol es $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Si se considera que la trayectoria que describe la Tierra alrededor del Sol es circular. Determinar:

a. La velocidad angular de la Tierra alrededor del Sol.

b. La rapidez de la Tierra alrededor del Sol.

Solución:

Para determinar la velocidad angular, sabemos que la Tierra da una vuelta alrededor del Sol en 365 días, es decir, en $3{,}2 \cdot 10^7$ segundos. Por tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{3{,}2 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2{,}0 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$$

La velocidad angular de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol es $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ rad/s.

Para determinar la rapidez, tenemos que:

$$\textit{Rapidez media} = \frac{\textit{distancia recorrida}}{\textit{tiempo empleado}} = \frac{2\pi \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ m}}{3{,}2 \cdot 10^7 \text{ s}} = 2{,}9 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

La rapidez de la Tierra es $2{,}9 \cdot 10^4$ m/s, lo cual equivale a 104.400 km/h

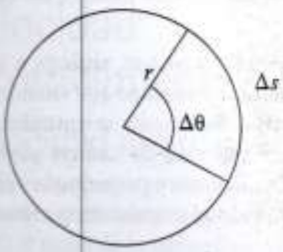
1.1.2 Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

Para un objeto que describe una trayectoria circular, como la representada en la figura 2, el vector velocidad instantánea $\vec{v}$ es tangente a la trayectoria, cuya norma corresponde a la rapidez v del objeto en determinado instante. La velocidad en un movimiento circular se denomina **velocidad lineal**.

En algunas situaciones, por ejemplo en el movimiento de traslación de la Tierra, a velocidades angulares muy pequeñas le pueden corresponder velocidades lineales de valor grande, lo cual nos indica que la velocidad angular no siempre determina la velocidad lineal con la que un móvil describe un movimiento circular. Por tal razón, en un movimiento circular, es conveniente conocer los valores de las dos velocidades, angular y lineal, y establecer una relación entre estas.

Figura 2. Velocidad instantánea para un objeto que describe una trayectoria circular.

Cuando un objeto describe una trayectoria circular de radio r, al desplazamiento angular, $\Delta\theta$ le corresponde una distancia recorrida, Δs, tal como se observa en la siguiente figura.



Puesto que se cumple que $\Delta s = r \cdot \Delta\theta$, tenemos, $\Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$.

Ahora, como $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, tenemos que:

$$\omega = \frac{\Delta s / r}{\Delta t} = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)$$

Siendo $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ la rapidez media v del objeto, es decir:

$$\omega = \left(\frac{1}{r}\right)(v) = \frac{v}{r}$$

Por lo tanto, la relación entre la norma de la velocidad lineal y la velocidad angular es:

$$v = \omega \cdot r$$

EJEMPLO

El segundero de un reloj mide 1 cm. Para el movimiento del extremo y del punto medio del segundero determinar:

a. La velocidad angular.

b. La velocidad lineal.

Solución:

a. Como la velocidad angular es igual para todos los puntos del segundero, tenemos que:

$$\vec{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} \qquad \textit{Al remplazar}$$

$$\omega = 0{,}1 \text{ rad/s} \qquad \textit{Al calcular}$$

La velocidad angular de cualquier punto del segundero es 0,1 rad/s, lo cual equivale a 6° en cada segundo.

b. La velocidad lineal se calcula por medio de la ecuación $v = \omega \cdot r$.

- Para el extremo del segundero,

$$v = 0{,}1 \text{ s}^{-1} \cdot 1 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ cm/s}$$

- Para el punto medio del segundero, tenemos:

$$v = 0{,}1 \text{ s}^{-1} \cdot 0{,}5 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ cm/s}$$

La velocidad lineal del punto medio del segundero es 0,05 cm/s y la de su extremo es 0,1 cm/s. Aunque la velocidad angular es igual en todos los puntos del segundero, el extremo del segundero se mueve con mayor rapidez.

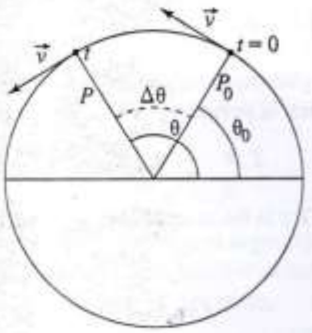
Profesor: Giovagnoli Francisco Ariel
Correo: frangiovagnoli@hotmail.com

1.2 Movimiento circular uniforme

Cuando la norma de la velocidad lineal, es decir, la rapidez de un objeto que describe un movimiento circular permanece constante a lo largo de la trayectoria, se dice que dicho movimiento es **circular uniforme**. Dado que en este movimiento, la norma de la velocidad lineal, v, y el radio de la trayectoria, r, son constantes, se puede concluir a partir de la expresión $v = \omega \cdot r$, que la velocidad angular, ω, también es constante. En consecuencia, el valor de la velocidad angular media coincide con el valor de la velocidad angular en cualquier instante. Por lo tanto,

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

En la siguiente figura se representa el movimiento circular uniforme que describe un cuerpo.



Se puede observar que:

- En el instante $t = 0$ s, el objeto se encuentra en la posición P_0 cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ_0 con el semieje horizontal positivo.
- En el instante posterior t, el objeto se encuentra en la posición P, cuyo vector posición, con respecto al centro de trayectoria, forma un ángulo θ con el semieje horizontal positivo.

Por ende, tenemos que el desplazamiento angular en el tiempo t es $\Delta\theta$, es decir:

$$\Delta\theta = \omega \cdot t$$

En la siguiente tabla, se establece una analogía entre el movimiento rectilíneo uniforme y el movimiento circular uniforme.

Tabla 5.1

Movimiento rectilíneo uniforme	Movimiento circular uniforme
v = Constante	ω = Constante
$\Delta x = v \cdot t$	$\Delta\theta = \omega \cdot t$

Se puede verificar que en ambos casos la forma de las ecuaciones es la misma, solo que, para el movimiento rectilíneo el desplazamiento Δx, y la velocidad, v, se miden metros y m/s, respectivamente. Mientras que, para el movimiento circular uniforme, el desplazamiento angular, $\Delta\theta$, se mide en radianes y la velocidad angular, ω, en rad/s.

EJERCICIO

Una rueda de bicicleta emplea 2 segundos en dar una vuelta. ¿Cuál es la velocidad angular de uno de los rayos?

Todo objeto que describe un movimiento circular uniforme emplea siempre el mismo tiempo en realizar una vuelta o revolución. Este tiempo se denomina **período** y la cantidad de revoluciones que realiza el objeto en cada unidad de tiempo, **frecuencia.**

Definición

El período se define como el tiempo que tarda un objeto que describe un movimiento circular uniforme, en realizar una revolución. Se denota con la letra T y se expresa en unidades de tiempo.

Definición

La frecuencia (f) es el número de revoluciones que realiza un objeto en cada unidad de tiempo. Se expresa en revoluciones por segundo (rev/s), lo cual, usualmente, se escribe como s^{-1}. En ocasiones, la frecuencia se expresa en revoluciones por minuto (r.p.m.).

Si un cuerpo describe un movimiento circular uniforme y en un tiempo t realiza n revoluciones, el período y la frecuencia se expresan como:

$$T = \frac{t}{n} \text{ y } f = \frac{n}{t}$$

Por ende, el período T y la frecuencia f se relacionan mediante la expresión:

$$f = \frac{1}{T}$$

EJERCICIO

Un satélite geoestacionario siempre se encuentra sobre el mismo punto del Ecuador de la Tierra a una distancia de 36.000 km sobre la superficie terrestre. Para un satélite geoestacionario determinar:

a. El período de revolución.
b. La frecuencia del satélite.
c. La distancia recorrida por el satélite en 1 día.
d. La velocidad angular.
e. La rapidez del movimiento.

Solución: